



**PROPOSISI**  
**SMTS 1101 / 3SKS**

**LOGIKA MATEMATIKA**

Disusun Oleh :  
**Dra. Noeryanti, M.Si**

## DAFTAR ISI

Cover pokok bahasan .....	1
Daftar isi .....	2
Judul Pokok Bahasan .....	3
1.1. Pengantar .....	3
1.2. Kompetensi .....	3
1.3. Uraian Materi .....	3
1.3.1 Pentingnya Belajar Logika .....	3
1.3.2 Fungsi dan Kegunaan Bahasa .....	5
1.3.3 Proposisi .....	7
1.3.4 Perangkai Dasar .....	8
a. Konjungsi .....	9
b. Disjungsi .....	10
c. Negasi .....	11
d. Implikasi .....	12
e. Bi-implikasi .....	14
1.3.5 Urutan Penggunaan Perangkai Dasar .....	15
1.3.6. Ingkaran Perangkai dasar .....	15
1.3.7. Ekuivalen Logis .....	16
1.3.8. Tautologi, Kontradiksi, .....	16
1.3.9. Hukum-hukum Aljabar Proposisi .....	17
Rangkuman .....	18
Soal-soal Latihan .....	21

# PROPOSISI

## 1.1 Pengantar

Pada pokok bahasa disini, membahas tentang pentingnya belajar logika simbolik, fungsi dan kegunaan bahasa matematika, beberapa penyimpangan-penyimpangan bahasa matematika dengan bahasa umum, perangkat dasar proposisi dan tabel nilai kebenaran. Pokok bahasan ini merupakan konsep dasar yang sangat penting dalam mempelajari konsep-konsep matematika lebih lanjut.

## 1.2 Kompetensi

Setelah mengikuti pokok bahasan ini mahasiswa diharapkan:

- a. Mampu menggunakan konsep penalaran logika matematika secara benar.
- b. Terampil menggunakan perangkat dasar dalam membuat tabel nilai kebenaran dari konjungsi, disjungsi, implikasi, bi-implikasi, ingkaran-ingkaran, inversi, konversi, tautologi, kontradiksi dan ekuivalen (kesetaraan)logik.
- c. Terampil dalam mengerjakan contoh soal kuis / latihan

## 1.3 Uraian Materi

Sebelum membahas materi pokok bahasan disini, perlu adanya wawasan tentang pentingnya belajar logika yaitu logika simbolik yang dapat membantu kita dalam berfikir secara analitis.

### 1.3.1. Pentingnya belajar logika

Logika membantu untuk mengatur pemikiran kita dalam memisahkan hal yang benar dari yang salah. Sering kali kita membuat asumsi (anggapan ) yang salah terhadap sesuatu hal, hanya karena salah menginterpretasikan (menafsirkan). Disini logika (logika simbolik) dapat membantu kita menghindari salah penafsiran, dan meningkatkan daya berfikir secara analitis. Simbol-simbol (notasi) dalam logika merupakan sarana yang sangat penting dalam melakukan penalaran.

Notasi adalah suatu alat atau perangkat untuk mengekspresikan suatu obyek (obyek ini dapat berupa benda, kalimat, bilangan-bilangan, dan sebagainya).

Karena dengan adanya notasi (simbol) dapat menyatakan secara singkat kalimat verbal yang panjang menjadi kalimat yang singkat (pendek) dan penuh arti. Kalimat verbal yang berlebihan cenderung tidak jelas, dan sebaliknya penggunaan notasi yang berlebihan juga cenderung membuat materi itu menjadi sulit untuk dipelajari. Oleh karena itu penggunaan notasi harus dijaga agar tidak menghilangkan kelengkapan makna kalimat yang diwakili.

**Contoh (1.1):**

Ada sebuah bilangan yang jika ditambah dengan 2 menghasilkan 5. Cari bilangan itu?

Dapat ditulis dengan kalimat yang lebih singkat (pendek):

Selesaikan persamaan  $x + 2 = 5$

Ada beberapa catatan dalam penggunaan notasi (simbol) diantaranya adalah:

1. Untuk menunjuk obyek yang spesifik, gunakan huruf atau simbol tertentu
2. Setiap huruf atau simbol dapat digunakan untuk mewakili suatu obyek
3. Ada simbol-simbol tertentu yang mewakili obyek-obyek tertentu.
4. Sekali sebuah simbol sudah dipakai untuk mewakili suatu obyek, harus digunakan secara konsisten untuk mewakili hanya obyek itu saja.

Logika simbolis merupakan logika formal yang cenderung bersifat teknis dan ilmiah. Ada dua pendapat tentang logika simbolis yaitu:

1. Logika simbolis adalah ilmu tentang penyimpulan yang sah (absah), khususnya yang dikembangkan dengan penggunaan metode-metode matematika dan dengan bantuan simbol-simbol khusus sehingga dapat terhindar dari makna arti ganda dari bahasa sehari-hari.
2. Pemakaian simbol-simbol matematika untuk mewakili bahasa. Simbol-simbol itu diolah sesuai dengan aturan-aturan yang diberlakukan di bidang matematika untuk menetapkan apakah pernyataan (serangkaian pernyataan) bernilai benar atau salah.

Demikian juga ketidakjelasan berbahasa dapat dihindari dengan menggunakan simbol-simbol ini, karena setelah problem diterjemahkan ke dalam notasi simbolik, penyelesaiannya menjadi bersifat mekanis (sederhana)

### **1.3.2. Fungsi dan Kegunaan Bahasa**

Secara umum, bahasa dalam kehidupan sehari-hari digunakan antara lain untuk menyampaikan informasi, memberikan informasi dan pendapat kepada orang lain, mengungkapkan isi hati dan perasaan ( Bahasa para penyair ), melarang melakukan sesuatu atau mengharuskan melakukan sesuatu ( Bahasa para Pemuka Agama ), dan lain-lainnya. Jadi bahasa adalah alat komunikasi

Bahasa di bidang matematika berfungsi untuk menyatakan fakta-fakta secara eksak.

Yang dimaksud bahasa sebagai alat komunikasi yang diciptakan dan digunakan untuk mencapai tujuan. Dan diketahui bahwa tidak ada alat yang sempurna yang dapat mencapai segala tujuan. Contohnya : gunting cukur hanya cocok untuk mencukur rambut, tetapi tidak mampu untuk menggergaji pohon. Sebaliknya, gergaji sangat efisien untuk memotong pohon, tetapi tidak akan digunakan untuk memotong rambut.

Bahasa umum dengan segala keunggulannya sebagai bahasa “pergaulan” tidak cocok untuk menyajikan uraian-uraian matematika. Hal ini disebabkan karena bahasa umum dipandang dari sudut ke-tepat-an mempunyai banyak kelemahan, diantaranya : mempunyai sifat yang multivalen (arti ganda), samar-samar, tidak jelas, dan juga kurang beraturan. Karena bahasa adalah amat penting, maka demi kelancaran perkembangan ilmu matematika, jika perlu, bahasa matematika terpaksa menyimpang dari kaidah-kaidah bahasa umum.

Dibawah ini diberikan beberapa contoh penyimpangan-penyimpangan bahasa matematika dengan bahasa umum antara lain:

#### **Contoh (1.2):**

Kata “*terbesar*” atau “*terkecil*” di suatu kelompok mahasiswa mempunyai arti mengungguli atau merendahi anggota-anggota lainnya. Sehingga jika dalam suatu kelas semua mahasiswa mempunyai berat badan 65 kg, maka,

Dalam Bahasa umum dikatakan bahwa diantara semua mahasiswa tidak ada yang mempunyai berat badan terbesar dan tidak ada yang terkecil.

Dalam bahasa matematika dikatakan bahwa jika semua unsur sama, maka semua unsur tersebut dikatakan “terbesar” dan sekaligus “terkecil”.

**Contoh (1.3):**

Kata “**sekitar gedung**” , maka Dalam bahasa umum dimaksud adalah tempat-tempat yang letaknya di dekat gedung tersebut.

Dalam bahasa matematika adalah seluruh ruangan gedung tersebut dimana suatu titik terletak disebut sekitar (neighbourhood) dari titik itu.

**Contoh (1.4):**

Jika diantara 1.000 mahasiswa ISTA terdapat 999 mahasiswa diantaranya mempunyai sifat rajin, maka

Dalam bahasa umum dikatakan bahwa pada umumnya mahasiswa ISTA tersebut semuanya rajin-rajin.

Dalam bahasa matematika, pada umumnya mahasiswa ISTA tersebut tidak mempunyai sifat rajin.

Catatan : Jika ada (sekurang-kurangnya) satu anggota dalam suatu kelompok tidak memiliki sifat rajin, maka bahasa matematika dikatakan bahwa pada umumnya sifat rajin tidak dimiliki oleh para mahasiswa tersebut.

Contoh diatas merupakan beberapa penyimpangan-penyimpangan bahasa matematika terhadap bahasa umum. Dan perlu ditekankan bahwa “bahasa matematika” tidak dimaksudkan untuk digunakan diluar matematika. Tetapi jika kaidah-kaidah bahasa umum tidak menghambat perkembangan ilmu matematika, bahasa umum tetap dapat digunakan dalam ilmu matematika (untuk kelancaran komunikasi ).

### 1.3.3. Proposisi

Sebelum membahas tentang proposisi, kita mengingat terlebih dahulu apa yang dimaksud dengan kalimat. Kalimat atau pernyataan adalah kumpulan kata-kata yang disusun menurut aturan tata bahasa. Kata yang dimaksudkan adalah rangkaian huruf yang mengandung arti. Jadi kalimat adalah rangkaian kata-kata yang disusun menurut aturan tata bahasa dan mengandung arti.

Di dalam penggunaannya bahasa matematika khususnya pada logika matematis, yang dimaksud proposisi adalah kalimat atau pernyataan yang selalu mempunyai nilai kebenaran, mungkin pernyataan itu bernilai benar saja, atau salah saja, tetapi tidak kedua-duanya. Sebab pada prinsipnya, fakta-fakta yang ada dalam kehidupan sehari-hari hanya dapat disajikan dalam bentuk pernyataan matematis yang selalu mempunyai nilai benar saja atau salah saja.

Perlunya pengkajian secara umum bahwa tidak semua “pernyataan” selalu mempunyai arti, misalnya pernyataan berikut: (1). “harimau adalah bilangan bulat. (2). batu makan rumput, (3). 9 mencintai 3. Pernyataan (1),(2), dan (3) tersebut secara gramatika merupakan suatu pernyataan, tetapi pernyataan tersebut hanyalah sebuah rangkaian kata-kata yang tidak mempunyai arti (meaningless).

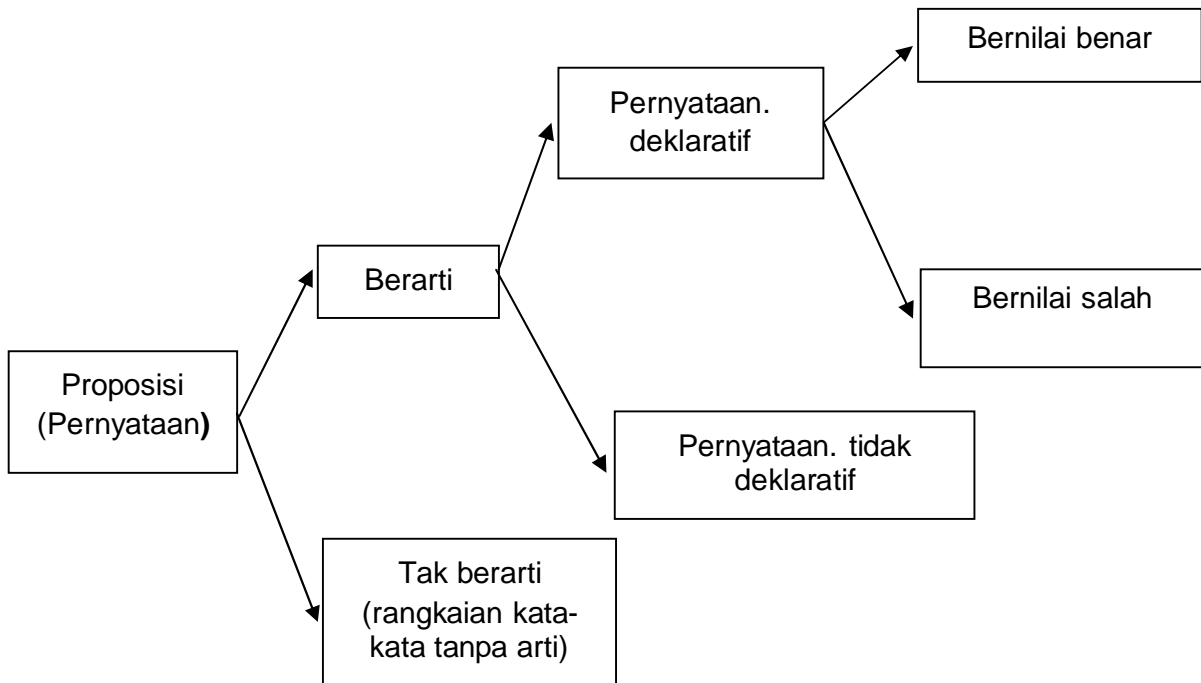
Secara umum, setiap pernyataan yang mempunyai arti dapat dikelompokkan menjadi dua kategori. Kategori yang pertama misalnya: (1). Jam berapa sekarang ? (3). Astaga ! (4). Tutuplah pintu itu!, dan (5). Mudah-mudahan hari ini tidak hujan. Pernyataan-pernyataan ini dikelompokkan menjadi suatu pernyataan yang tidak mempunyai nilai benar saja atau salah saja. Pernyataan-pernyataan tersebut tidak digunakan dalam logika matematika.

Sedangkan kategori yang kedua misalnya: (1). 16 habis dibagi 4 (2). 7 adalah bilangan genap, (3). Penduduk Solo lebih banyak dari Jakarta, dan (4). Jerman berada di Indonesia. Pernyataan-pernyataan ini jelas merupakan suatu pernyataan yang bernilai benar saja atau salah saja. Pernyataan pertama bernilai benar, sedangkan pernyataan ke-dua, ke-tiga dan ke-empat bernilai salah.

Suatu pernyataan yang mempunyai nilai benar saja atau salah saja disebut pernyataan deklaratif. Jadi **pernyataan deklaratif** adalah suatu pernyataan ber-arti yang mempunyai nilai benar saja atau salah saja. (Perhatikan diagram dibawah ini)

Selanjutnya, semua pernyataan yang dibicarakan dalam modul ini hanyalah suatu pernyataan deklaratif disingkat sebagai "**pernyataan**" saja.

Notasi pernyataan ditulis dengan huruf kecil  $p, q, r, s, t, \dots$ , dan seterusnya, sedangkan nilai kebenarannya diberi simbol **1** untuk pernyataan yang bernilai benar dan **0** untuk pernyataan yang bernilai salah.



#### 1.3.4. Perangkai Dasar

Suatu pernyataan-pernyataan dapat digabungkan dengan perangkai dasar (perangkai kata-kata), sedemikian sehingga terbentuk suatu pernyataan tersusun. Perangkai dasar beserta simbol-simbol khusus yang digunakan tersebut adalah sebagai berikut:

- a. "dan" (= AND) diberi simbol khusus " $\wedge$ " atau "&"
- b. "atau" (= OR) diberi simbol khusus " $\vee$ "
- c. "Tidaklah" (= NOT) diberi simbol " $\sim$ " atau " $\bar{\quad}$ "
- d. "Jika  $\dots$ , maka  $\dots$ " (IF THEN) diberi simbol " $\rightarrow$ "
- e. "Jika dan hanya jika" (IF ONLY IF) diberi simbol " $\leftrightarrow$ "

Simbol khusus ini digunakan untuk mempermudah dalam mempelajari konsep-konsep dasar logika matematika

Karena dalam tata bahasa matematika urutan penggunaan perangkat kata-kata tersebut memperhatikan ketepatan yang setinggi-tingginya, maka perlu adanya penertiban dalam penggunaannya. Penertiban tersebut dituangkan dalam bentuk daftar-daftar yang disebut tabel nilai kebenaran.

Beberapa tabel nilai kebenaran yang dibahas disini yang berkaitan dengan proposisi-proposisi tunggal dan majemuk, yaitu konjungsi, disjungsi, negasi, implikasi, bi-implikasi, ekivalen logis, tautologi dan kontradiksi, dan kontingensi

**a. Konjungsi** (perangkai “dan”)

Dua pernyataan  $p$  dan  $q$  dihubungkan dengan perangkai kata “dan” ditulis “ $p \wedge q$ ” disebut konjungsi, dan dibaca “ $p$  dan  $q$ ”.

Dengan tabel nilai kebenaran sebagai berikut:

Tabel 1.1. Konjungsi

$p$	$q$	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Konjungsi bernilai benar jika kedua komponennya bernilai benar

atau

Konjungsi bernilai salah jika sekurang-kurangnya satu komponennya bernilai salah.

**Contoh (1.5):**

1. Diketahui pernyataan  $p$  : Ima anak pandai

$q$  : Ima anak cekatan

sehingga  $p \wedge q$  : Ima anak pandai dan cekatan

Pernyataan  $p \wedge q$  bernilai benar jika Ima benar-benar anak pandai dan benar-benar anak cekatan

2. Diketahui pernyataan  $r : 2 + 3 < 6$  (bernilai benar)  
 $s : 3$  habis dibagi 2 (bernilai salah)  
sehingga  $r \wedge s : 2 + 3 < 6$  dan 3 habis dibagi 2 (bernilai salah)

**Catatan:** Kata-kata lain yang dapat memberi bentuk konjungsi adalah tetapi, juga, sedangkan, meskipun, padahal,

**b. Disjungsi** (perangkai “atau”)

Dua pernyataan  $p$  dan  $q$  dihubungkan dengan perangkai kata “atau” ditulis “ $p \vee q$ ” disebut disjungsi, dibaca “ $p$  atau  $q$ ”.

Dibawah ini diberikan definisi disjungsi yang dikenal yaitu disjungsi inklusif dan disjungsi eksklusif.

- Definisi: [**Disjungsi inklusif**]

Misalkan  $p$  dan  $q$  adalah dua buah proposisi. Disjungsi inklusif dari  $p$  dan  $q$  adalah suatu proposisi yang bernilai benar jika paling sedikit satu proposisi penyusun-nya bernilai benar. Notasi:  $p \vee q$  (dibaca:  $p$  atau  $q$ ) Dengan tabel nilai kebenaran tampak pada tabel 1.2 dibawah ini

Atau sering juga dikatakan:

- (1). Disjungsi inklusif bernilai benar jika sekurang-kurangnya satu komponennya bernilai benar
- (2). Disjungsi bernilai salah jika kedua komponennya bernilai salah

- Definisi: [**Disjungsi eksklusif**]

Misalkan  $p$  dan  $q$  adalah dua buah proposisi. Disjungsi eksklusif  $p$  dan  $q$  adalah suatu proposisi yang bernilai benar jika salah satu saja dari kedua proposisi penyusun-nya yang bernilai benar. Notasi:  $p \oplus q$  (dibaca:  $p$  atukah  $q$ ). Dengan tabel nilai kebenaran tampak pada tabel 1.2 dibawah ini

Tabel 1.2. Disjungsi inklusif dan Disjungsi eksklusif

$p$	$q$	$p \dot{\cup} q$	$p \odot q$
1	1	1	0
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

**Contoh (1.6):**

- Diketahui pernyataan  $p$  : Aku tinggal di Indonesia  
 $q$  : Aku belajar bahasa Inggris sejak SMP  
 sehingga  $p \dot{\cup} q$  : Aku tinggal di Indonesia atau aku belajar bahasa Inggris sejak SMP  
 Pernyataan  $p \dot{\cup} q$  bernilai benar jika aku benar-benar tinggal di Indonesia atau benar-benar belajar bahasa Inggris sejak SMP
- Diketahui pernyataan  $r$  : Aku lahir di Surabaya  
 $s$  : Aku lahir di Bandung  
 sehingga  $r \dot{\cup} s$  : Aku lahir di Surabaya atau di Bandung  
 Pernyataan  $r \dot{\cup} s$  bernilai benar jika aku benar-benar lahir di salah satu kota Surabaya atau Bandung, tetapi tidak keduanya.

**c. Negasi**

Negasi suatu pernyataan  $p$  ditulis " $\bar{p}$ " atau " $\sim p$ " dan diucapkan "tidak  $p$ ".  
 Dengan tabel nilai kebenarannya sebagai berikut :

Tabel 1.3. Negasi

$p$	$\bar{p}$
1	0
0	1

**Contoh (1.7)**

1. Misal kalimat  $p$  : Jakarta ibu kota RI ( bernilai 1)

Maka  $\sim p$  : tidak benar bahwa Jakarta ibu kota RI ( bernilai 0)

atau  $\sim p$  : Jakarta bukan ibu kota RI ( bernilai 0)

2. Misal  $q$  : zainal memakai kaca mata ( bernilai 1)

Maka  $\sim q$  : tidak benar bahwa zainal memakai kaca mata( bernilai 0)

atau  $\sim q$  : zainal tidak memakai kaca mata( bernilai 0)

3. Jika  $r$  ;  $2 + 3 > 6$  ( bernilai 1)

maka  $\sim r$  : tidak benar bahwa  $2 + 3 > 6$  ( bernilai 0)

atau  $\sim r$  :  $2 + 3 < 6$  ( bernilai 0)

**d. Implikasi** (perangkai jika.....,maka....)

Implikasi sering disebut juga dengan kondisional adalah suatu pernyataan bersyarat satu arah. Dua pernyataan  $p$  dan  $q$  dihubungkan dengan perangkai kata “jika ....., maka ...” ditulis “ $p \rightarrow q$ ” disebut implikasi , dan dibaca “jika  $p$ , maka  $q$ ”.

Dengan tabel nilai kebenarannya sebagai berikut :

Tabel 1.4. Implikasi

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Pernyataan “ $p$ ” disebut hipotesa (*anteseden*) dan pernyataan “ $q$ ” disebut konklusi (*konsekuen*). Implikasi bernilai salah jika anteseden benar dan konsekuen salah

**Catatan:**

1. Hubungan sebab akibat antara anteseden dan konsekuen tidak harus selalu ada.
2. Dalam hal proposisi bersyarat  $p \rightarrow q$  diajukan sebagai proposisi yang benar dan terdapat hubungan antara anteseden dan konsekuen. Proposisi  $p \rightarrow q$  dapat diucapkan:
  - a). Jika  $p$  maka  $q$
  - b).  $p$  berimplikasi  $q$
  - c).  $q$  jika  $p$
  - d).  $p$  hanya jika  $q$
  - e).  $p$  syarat cukup bagi  $q$
  - f).  $q$  syarat perlu bagi  $p$ .

Ada beberapa Variasi perangkai tabel nilai kebenaran yang berhubungan dengan implikasi:

$\bar{p} \rightarrow \bar{q}$  atau ditulis  $\sim p \rightarrow \sim q$  disebut invers dari  $p \rightarrow q$

$q \rightarrow p$  disebut konvers dari  $p \rightarrow q$

$\bar{q} \rightarrow \bar{p}$  atau ditulis  $\sim q \rightarrow \sim p$  disebut kontrapositif dari  $p \rightarrow q$

Tabel 1.5. Implikasi, invers, konvers dan kontrapositif

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$p \textcircled{R} q$	$\bar{p} \rightarrow \bar{q}$	$q \textcircled{R} p$	$\bar{q} \rightarrow \bar{p}$
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1

**Catatan:**

Kolom ke-5 (implikasi  $p \textcircled{R} q$ ) mempunyai nilai logika yang sama dengan kolom ke-8 (kontraposisinya,  $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$ ). Dinyatakan dengan  $p \rightarrow q \equiv \bar{q} \rightarrow \bar{p}$  dan

Kolom ke-6 (Inversi,  $\bar{p} \rightarrow \bar{q}$ ) mempunyai nilai logika yang sama dengan kolom ke-7 (Konversi,  $q \rightarrow p$ ). Ditulis  $\bar{p} \rightarrow \bar{q} \equiv q \rightarrow p$ . (“ $\equiv$ ” dibaca ekuivalen logis)

**Contoh (1.8):**

1. Diketahui pernyataan ***p***: burung mempunyai sayap (bernilai benar)

***q***:  $2 + 3 = 5$  (bernilai benar)

Sehingga ***p***  $\otimes$  ***q***: jika burung mempunyai sayap maka  $2 + 3 = 5$  (bernilai benar).

2. Diketahui pernyataan ***p***: *x* adalah bilangan cacah (bernilai benar)

***q***: *x* adalah bilangan bulat positif (misalnya bernilai salah)

Sehingga ***p***  $\otimes$  ***q***: jika *x* bilangan cacah maka *x* bilangan bulat positif (bernilai salah).

e. **Bi-Implikasi** (perangkai jika dan hanya jika)

Bi-implikasi merupakan pernyataan bersyarat dua arah. Misalkan dua pernyataan *p* dan *q* yang dihubungkan dengan perangkai kata “jika dan hanya jika” ditulis “ $p \leftrightarrow q$ ” disebut bi-implikasi dan dibaca “*p* jika dan hanya jika *q*”.

Dengan tabel nilai kebenaran sebagai berikut :

Tabel 1.6. Bi - Implikasi

<b><i>p</i></b>	<b><i>q</i></b>	<b><math>p \leftrightarrow q</math></b>
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

bi-kondisional bernilai benar jika kedua komponennya bernilai sama

**Contoh(1.9)**

1. Diketahui pernyataan  $p$ : 2 bilangan genap (bernilai benar)  
 $q$ : 3 bilangan ganjil (bernilai benar)  
Sehingga  $p \ll q$ : 2 bilangan genap jika dan hanya jika 3 bilangan ganjil (bernilai benar).
2. Diketahui pernyataan  $p$ :  $2 + 2 \neq 5$  (bernilai benar)  
 $q$ :  $4 + 4 < 8$  ( bernilai salah)  
Sehingga  $p \ll q$ :  $2 + 2 \neq 5$  jika dan hanya jika:  $4 + 4 < 8$  (bernilai salah)
3. Diketahui pernyataan  $r$ : Surabaya ada di jawa barat (bernilai Salah)  
 $s$ :  $2^3 = 6$  (bernilai salah)  
Sehingga  $p \ll q$ : Surabaya ada di jawa barat jika dan hanya jika  $2^3 = 6$  (bernilai benar).

**1.3.5. Urut-urutan Penggunaan perangkat kata.**

- a. Negasi
- b. Konjungsi, Disjungsi
- c. Implikasi
- d. Bi-Implikasi

**1.3.6. Ingkaran Perangkat Dasar**

Penggunaan simbol " $\equiv$ " dibaca ekivalen logis. Di bawah ini diberikan beberapa ingkaran-ingkaran baku yaitu:

- a. Ingkaran dari  $p \wedge q$  ditulis  $\overline{p \wedge q}$  adalah  $\overline{p \wedge q} \equiv \bar{p} \vee \bar{q}$
- b. Ingkaran dari  $p \vee q$  ditulis  $\overline{p \vee q}$  adalah  $\overline{p \vee q} \equiv \bar{p} \wedge \bar{q}$
- c. Ingkaran dari  $\bar{p}$  ditulis  $\overline{\bar{p}}$  adalah  $\overline{\bar{p}} \equiv p$

- d. Ingkaran dari  $p \rightarrow q$  ditulis  $\overline{p \rightarrow q}$  adalah  $\overline{p \rightarrow q} \equiv p \wedge \bar{q}$
- e. Ingkaran dari  $p \leftrightarrow q$  ditulis  $\overline{p \leftrightarrow q}$  adalah  $\overline{p \leftrightarrow q} \equiv (\bar{p} \wedge q) \vee (p \wedge \bar{q})$

**1.3.7. Ekuivalen logis.**

Dua pernyataan bersusun  $F(p, q, r, \dots)$  dan  $Q(p, q, r, \dots)$  dikatakan ekuivalen logis atau ekuivalen saja, jika kedua pernyataan bersusunnya mempunyai tabel nilai kebenaran yang sama.

**Contoh (1.10):** Tunjukkan tabel nilai kebenaran  $\overline{p \wedge q} \equiv \bar{p} \vee \bar{q}$

**Jawab:** Dibuat tabel seperti berikut tabel 1.7 di bawah ini

Tabel 1.7. Ekuivalen Logis

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$p \dot{\cup} q$	$\overline{p \wedge q}$	$\bar{p} \vee \bar{q}$
1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1

Jadi :  
 $\overline{p \wedge q} \equiv \bar{p} \vee \bar{q}$


  
**Ekuivalen logis**

**1.3.8. Tautologi dan Kontradiksi**

Suatu kalimat bersusun  $F(p, q, r, s, \dots)$  yang selalu bernilai “benar” untuk setiap nilai kebenarannya (pada kolom terakhir) disebut *Tautologi*. Sedangkan untuk sebaliknya, kalimat bersusun yang selalu bernilai “salah” pada setiap nilai kebenarannya disebut *Kontradiksi*.

**Contoh (1.11):** Tenrukan tabel nilai kebenaran dari pernyataan berikut

- (a).  $p \vee (\overline{p \wedge q})$
- (b).  $(p \wedge q) \wedge (\overline{p \wedge q})$

**Jawab:** Dibuat tabel seperti berikut tabel 1.8. dan tabel 1.9. di bawah ini

Tabel 1.8. Tautologi

$p$	$q$	$p \dot{\cup} q$	$\overline{p \wedge q}$	$p \vee (\overline{p \wedge q})$
1	1	1	0	1
1	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	0	0	1	1

β

**Tautologi**

Perhatikan: kolom terakhir semuanya bernilai benar. Jadi  $p \vee (\overline{p \wedge q})$  merupakan tautologi.

Tabel 1.9. Kontradiksi

$p$	$q$	$p \dot{\cup} q$	$p \dot{\cup} q$	$\overline{p \wedge q}$	$(p \wedge q) \wedge (\overline{p \wedge q})$
1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0

β

**Kontradiksi**

Perhatikan: kolom terakhir semuanya bernilai salah. Jadi  $(p \wedge q) \wedge (\overline{p \wedge q})$  merupakan kontradiksi

**CATATAN:** Jika dijumpai kolom terakhir bukan dalam bentuk tautologi maupun kontradiksi, maka disebut kontigensi

### 1.3.9. Hukum-hukum Aljabar Proposisi

Jika  $p$ ,  $q$ , dan  $r$  merupakan proposisi-proposisi maka berlaku:

1. Hukum idempoten .     **a.**      $p \dot{\cup} p \equiv p$  ;     **b.**      $p \dot{\cap} p \equiv p$
2. Hukum asosiatif .   **a.**      $(p \dot{\cup} q) \dot{\cup} r \equiv p \dot{\cup} (q \dot{\cup} r)$    **b.**      $p \dot{\cap} q) \dot{\cap} r \equiv p \dot{\cap} (q \dot{\cap} r)$
3. Hukum komutatif.   **a.**      $p \dot{\cup} q \equiv q \dot{\cup} p$ ;     **b.**      $p \dot{\cap} q \equiv q \dot{\cap} p$
4. Hukum distributif   **a.**      $p \dot{\cup} (q \dot{\cap} r) \equiv (p \dot{\cup} q) \dot{\cap} (p \dot{\cup} r)$   
                                  **b.**      $p \dot{\cap} (q \dot{\cup} r) \equiv (p \dot{\cap} q) \dot{\cup} (p \dot{\cap} r)$
5. Hukum Identitas .   **a.**      $p \dot{\cup} \text{Salah} \equiv p$ ;     **b.**      $p \dot{\cap} \text{Benar} \equiv p$
6. Hukum Identitas.   **a.**      $p \dot{\cup} \text{Benar} \equiv \text{Benar}$ ;   **b.**      $p \dot{\cap} \text{Salah} \equiv \text{Salah}$
7. Hukum Komplemen. **a.**      $p \dot{\cup} \bar{p} \equiv \text{Benar}$ ;     **b.**      $p \dot{\cap} \bar{p} \equiv \text{Salah}$
8. Hukum Komplemen . **a.**      $\bar{\bar{p}} \equiv p$ ;             **b.**      $\overline{\text{Salah}} \equiv \text{Benar}$ ;    $\overline{\text{Benar}} = \text{Salah}$
9. Hukum De Morgan. **a.**      $\overline{(p \dot{\cup} q)} \equiv \bar{p} \dot{\cap} \bar{q}$      **b.**      $\overline{(p \dot{\cap} q)} \equiv \bar{p} \dot{\cup} \bar{q}$

=== @@@ ===

## RANGKUMAN

1. Logika simbolis (logika formal) adalah ilmu tentang penyimpulan yang sah (absah), khususnya yang dikembangkan dengan penggunaan metode-metode matematika dan dengan bantuan simbol-simbol khusus sehingga dapat terhindar dari makna arti ganda dari bahasa sehari-hari.
2. Pemakaian simbol-simbol matematika untuk mewakili bahasa. Simbol-simbol itu diolah sesuai dengan aturan-aturan yang diberlakukan di bidang matematika untuk menetapkan apakah pernyataan (serangkaian pernyataan) bernilai benar atau salah.
3. Simbol khusus ini digunakan untuk mempermudah dalam mempelajari konsep-konsep dasar logika matematika
4. Bahasa matematika sebagai alat komunikasi antar bidang ilmu.

5. Semua pernyataan yang digunakan dalam bahasa matematika adalah pernyataan yang hanya mempunyai nilai benar saja atau salah saja tetapi tidak kedua-duanya ( pernyataan deklaratif)
6. Perangkat dasar dalam logika simbolik adalah: (1). “dan” (= AND) ditulis “ $\wedge$ ” . (2). “atau” (= OR) ditulis “ $\vee$ ” .(3). “Tidaklah” (= NOT) ditulis “ $\sim$ ” atau “ $\bar{\phantom{x}}$ ” . (4).“Jika ...., maka .... “ (IF THEN) ditulis “ $\rightarrow$ ” . (5). Jika dan hanya jika” (IF ONLY IF) ditulis “ $\leftrightarrow$ ”

Jenis Pernyataan	Perangkai kata	Simbol
Negasi	tidak ( <i>not</i> )	$\sim$
konjungsi	dan ( <i>and</i> )	$\dot{\cup}$
Disjungsi	atau ( <i>or</i> )	$\dot{\cup}$
Implikasi	Jika.... maka....	$\rightarrow$
Bi-implikasi	Jika dan hanya jika	$\ll$

7. Urutan penggunaan perangkat dasar tersebut adalah Negasi, Konjungsi atau Disjungsi, Implikasi kemudian Bi-Implikasi
8. a). “ $p \dot{\cup} q$ ” disebut konjungsi, yaitu suatu proposisi bernilai benar jika kedua komponennya bernilai benar  
b). “ $p \dot{\cup} q$ ” disebut disjungsi inklusif, yaitu suatu proposisi bernilai benar jika sekurang-kurangnya satu proposisi penyusun-nya bernilai benar.  
c). “ $p \odot q$ ” disebut disjungsi eksklusif, yaitu suatu proposisi yang bernilai benar jika salah satu saja dari kedua proposisi penyusun-nya yang bernilai benar  
d). “ $\sim p$ ” dan diucapkan “tidak  $p$ ” disebut negasi dari  $p$ .

Tabel 1.10. Konjungsi, disjungsi dan negasi

$p$	$q$	$p \hat{\cup} q$	$p \hat{\cup} q$	$p \odot q$	$\sim p$	$\sim q$
1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1

e). " $p \rightarrow q$ " disebut implikasi. Pernyataan " $p$ " disebut "anteseden" dan pernyataan " $q$ " disebut "konsekuen". Implikasi selalu bernilai salah jika anteseden benar dan konsekuen salah.

**Catatan:** Hubungan sebab akibat antara anteseden dan konsekuen tidak harus selalu ada.

Ada beberapa Variasi perangkai tabel nilai kebenaran yang berhubungan dengan implikasi: (1). " $\sim p \rightarrow \sim q$ " disebut invers dari implikasi " $p \rightarrow q$ ". (2). " $q \rightarrow p$ " disebut konvers dari implikasi " $p \rightarrow q$ " dan (3). " $\sim q \rightarrow \sim p$ " disebut kontrapositif dari implikasi " $p \rightarrow q$ ".

g). " $p \ll q$ " disebut bi-implikasi, yaitu suatu proposisi bernilai benar jika kedua komponennya bernilai sama

Tabel 1.11. Implikasi, invers, konvers, kontrapositif, dan Bi-implikasi

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$p \otimes q$	$\bar{p} \rightarrow \bar{q}$	$q \otimes p$	$\bar{q} \rightarrow \bar{p}$	$p \ll q$
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1

**Catatan: (1).**  $p \rightarrow q \equiv \bar{q} \rightarrow \bar{p}$  (" $\equiv$ " dibaca ekuivalen logis)

(2).  $\bar{p} \rightarrow \bar{q} \equiv q \rightarrow p$ . (“ $\equiv$ ” dibaca ekivalen logis)

9. Beberapa ingkaran-ingkaran baku yaitu:

- a.  $\overline{p \wedge q} \equiv \bar{p} \vee \bar{q}$
- b.  $\overline{p \vee q} \equiv \bar{p} \wedge \bar{q}$
- c.  $\bar{\bar{p}} \equiv p$
- d.  $\overline{p \rightarrow q} \equiv p \wedge \bar{q}$
- e.  $\overline{p \leftrightarrow q} \equiv (\bar{p} \wedge q) \vee (p \wedge \bar{q})$

10. Dua pernyataan bersusun  $F(p, q, r, \dots)$  dan  $Q(p, q, r, \dots)$  dikatakan **ekivalen logis**, jika kedua pernyataan bersusunnya mempunyai tabel nilai kebenaran yang sama.

11. Suatu kalimat bersusun  $F(p, q, r, s, \dots)$  yang selalu bernilai “benar” (kolom terakhir) disebut **Tautologi**, sebaliknya, kalimat bersusun yang selalu bernilai “salah” disebut **Kontradiksi**, sedangkan disebut **kontigensi** jika tidak tautologi dan tidak kontradiksi.

### SOAL-SOAL LATIHAN

1. Tentukan yang manakah dari pernyataan berikut yang merupakan proposisi?
  - a. Saya seorang mahasiswa
  - b. Plato habis dibagi 11
  - c. Berapa 9 dikurangi 7?.
  - d. Jakarta ibu kota RI
  - e. Silahkan duduk
  - f. Semoga kalian lulus ujian
  - g.  $9x-1 = 8$
  - h. Hati-hati menyeberang
  - i. Ada bilangan prima yang genap

- j. Jakarta ibukota negara India.
  - k. 8 habis dibagi 4.
  - l. Ini buku siapa?
  - m. Bandung ibukota Jawa Tengah.
  - n.  $x + 5 = 2$ .
  - o. 4 kurang dari 5
  - p. Bersihkan tempat tidurmu.
2. Sederhanakan pernyataan berikut ini,
- a. Baik kantor maupun bank tidak buka hari ini
  - b. Hari sangat panas, rasanya aku ingin mandi
  - c. Toni belum datang atau dia sudah berangkat sebelum kami tiba
  - d. . Nelayan melaut hanya jika bertiup angin darat
  - e. Udara sudah terasa panas walaupun hari masih pagi
  - f. Jika air dibubuhi garam, maka titik bekunya menurun
  - g. Ayah pergi ke Jakarta naik pesawat terbang atau kamu pergi ke Surabaya naik bis malam
3. Jika diketahui " **p**: pelaut itu gagah" dan " **q**: pelaut itu berbadan tinggi" , nyatakan pernyataan berikut ini dalam bentuk simbolik menggunakan **p** dan **q**
- a. Pelaut itu gagah dan tinggi badannya
  - b. Meskipun pelaut itu gagah tetapi tidak tinggi badannya
  - c. Pelaut itu tidak gagah tetapi tinggi badannya
  - d. Pelaut itu tidak gagah juga tidak tinggi badannya
  - e. Tidak benar bahwa pelaut itu gagah juga tinggi badannya
4. Jika diketahui " **r** : gadis itu ramah" dan " **s** : gadis itu cantik" , nyatakan pernyataan berikut ini dalam bentuk simbolik menggunakan **r** dan **s**
- a. Gadis itu ramah atau cantik
  - b. Gadis itu tidak ramah meskipun cantik
  - c. Gadis itu tidak cantik, tetapi ramah
  - d. Gadis itu tidak cantik atau tidak ramah

5. Tentukan disjungsi inklusif atau disjungsi eksklusif pernyataan berikut ini
  - a. Pangeran Diponegoro dimakamkan di Sulawesi atau di Jawa
  - b. Candi Borobudur dibuat dari batu atau terletak di Pulau Jawa
  - c. Setiap Pagi saya sarapan nasi atau roti
  - d. Hari ini hari sabtu atau besok hari senin
  
6. Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan berikut ini
  - a. Setiap bilangan bulat merupakan bilangan genap atau ganjil
  - b. Kemarin bukan hari rabu, dan sekarang hari kamis
  - c. Tidak benar bahwa gadis itu cantik atau ramah
  - d. Aku akan lulus atau tidak lulus dalam ujian sekarang
  - e. Hari ini cuaca cerah atau ramalan cuaca salah
  
7. Nyatakan pernyataan berikut ini menggunakan simbol logika
  - a. Wardan tidak senang juga tidak sedih mendengar berita itu
  - b. Dia berputus asa atau tidak berputus asa mendengar keputusan itu
  - c. Gadis itu sehat dan selamat sampai dirumah
  - d. Tidak seorangpun hadir dalam pertemuan ini, tetapi dia tidak peduli
  - e. Setiap sudut merupakan sudut runcing, atau sudut siku-siku, atau sudut tumpul atau sudut lurus.
  - f. Cuaca hari ini sangat panas tetapi tidak hujan.
  - g. Jika si do'i seorang pembohong dan ingkar janji, maka saya akan marah besar.
  - h. Tidak seorangpun terluka atas kejadian huru-hara (demo) di Yogyakarta.
  - i. Bima Sangaji membaca majalah atau koran tetapi bukan tex book.
  - j. Aisyah anaknya pemalu, tetapi dia termasuk anak yang rajin, sholeh dan tangkas.
  - k. Tidak seorangpun dari Tari atau Agung ingin pergi berkemah
  - l. Ita akan lulus ujian hanya jika dia tidak mentraktir teman-temannya
  - m. Saya akan pergi jika kamu mengusir saya
  - n. Tidak seorang manusiaupun bisa terbang
  - o. Tidk benar bahwa  $\log 10 = 1$  jika dan hanya jika  $1 + 2 > 2$

- p. semua manusia yang bercita-cita tinggi suka bekerja keras
8. Tentukan ingkaran no 7
9. Tentukan negasi setiap pernyataan berikut ini,
- Semua kerbauku mandi di sungai
  - Hanya seekor itikku yang belum masuk kandang
  - Tidak ada dua orang yang serupa
  - Mungkin akan hujan hari ini
  - Hari ini mendung.
10. Tentukan nilai kebenaran setiap pernyataan berikut ini,
- Jika Jakarta berada di Inggris, maka  $4 + 4 = 8$
  - Tidak benar bahwa  $2 + 7 = 10$  jika hanya jika  $4 + 16 = 15$
  - Persamaan  $x^2 - 1 = 0$  mempunyai penyelesaian jika semestanya himpunan bilangan-bilangan bulat.
11. Tentukan ingkaran no 10
12. Jika "p : saya akan datang", "q: saya di undang", dan "r: hari ini tidak hujan" .  
Tulislah pernyataan verbal yang ditunjukkan oleh simbol berikut ini,
- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| a. $q \leftrightarrow p$              | e. $(: p \wedge q) \leftrightarrow p$     |
| b. $p \leftrightarrow : q$            | f. $p \leftrightarrow (q \rightarrow r)$  |
| c. $(p \wedge q) \leftrightarrow : p$ | g. $p \leftrightarrow (q \wedge r)$       |
| d. $(p \wedge : q) \leftrightarrow p$ | h. $: p \leftrightarrow (: q \wedge : r)$ |
13. Tentukan tabel nilai kebenaran dari proposisi di bawah ini
- $(\overline{p \wedge q}) \wedge (\overline{q \leftrightarrow p})$
  - $(p \rightarrow q) \vee (\overline{p \leftrightarrow q})$

c.  $\left[ p \rightarrow (\bar{q} \vee r) \right] \wedge \overline{\left[ q \vee (p \leftrightarrow \bar{r}) \right]}$

d.  $\left( \overline{p \wedge q} \right) \wedge (\bar{q} \wedge \bar{r})$

14. Periksa dengan menggunakan tabel kebenaran apakah proposisi berikut tautologi, kontradiksi atau kontingensi.

a.  $p \vee \sim p$

b.  $(p \rightarrow q) \vee p$

c.  $(p \wedge q) \wedge (\overline{p \vee q})$

d.  $p \wedge q \rightarrow p \vee q$

e.  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$

f.  $[(p \rightarrow \sim(q \vee \sim r)) \vee \sim q] \rightarrow (p \rightarrow r)$

g.  $[(p \textcircled{R} q) \vee \sim q] \rightarrow \sim p$

h.  $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

i.  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

j.  $[(p \rightarrow q) \vee (q \leftrightarrow r)] \rightarrow (p \leftrightarrow r)$

15. Tunjukkan di bawah ini ekivalen logis

a.  $p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \textcircled{R} r)$

b.  $(p \vee q) \wedge \sim p \equiv \sim p \wedge (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q)$

c.  $\left( \overline{p \vee q} \right) \vee (\bar{p} \wedge q) \equiv (\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge q) \equiv \bar{p} \wedge (\bar{q} \vee q)$

16. Tentukan konvers, invers dan kontraposisif dari proposisi berikut, kemudian tentukan nilai kebenarannya.

1. Jika  $2 + 3 = 5$ , maka Bandung ibukota Jawa Tengah.

2. Jika segitiga ABC sama sisi, maka segitiga ABC sama kaki.

3. Jika  $1 < 2$  dan  $1 > 2$ , maka  $1 = 2$ .
4. Jika Agus tidak lulus ujian, maka dunia akan berhenti berputar.

**Kunci Jawaban :**

7. (f)  $p \wedge q$  ; dengan : p = Cuaca hari ini sangat panas, q = tidak hujan.

Ingkarannya :  $\overline{p \wedge q} \equiv \overline{p} \vee \overline{q}$ ,

Cuaca hari ini tidak panas atau hujan.

- (g)  $p \wedge q \rightarrow r$ ; p = Si do'i seorang pembohong, q = Si do'i ingkar janji,  
r = Saya akan marah besar.

Ingkarannya :  $\overline{p \wedge q \rightarrow r} \equiv \overline{(p \wedge q) \rightarrow r} \equiv (p \wedge q) \wedge \overline{r}$

Si do'i seorang pembohong dan ingkar janji dan saya akan marah besar.

- (h.  $A = \{x/x = \text{Orang-orang yang berada di Yogyakarta}\}$

Tidak seorangpun terluka atas kejadian huru-hara di Yogyakarta ekivalen dengan Tidak ada orang yang terluka atas kejadian huru-hara di Yogyakarta ekivalen dengan Semua tidak terluka atas kejadian huru-hara di Yogyakarta.

Dengan simbolik :  $\forall x \ x \in \forall \ P(x)$ ; dengan  $P(x)$  = tidak terluka atas kejadian huru-hara.

Ingkarannya :

Ada orang yang terluka atas huru-hara di Yogyakarta.

- (i).  $p \vee q \wedge \overline{r}$  , dengan p = Bima Sangaji membaca majalah, q = Bima Sangaji membaca koran, r = Bima Sangaji membaca tex book.

Ingkarannya :  $\overline{(p \vee q) \wedge \overline{r}} \equiv (p \vee q) \vee \overline{\overline{r}} \equiv (\overline{p} \wedge \overline{q}) \vee r$

Bima Sangaji tidak membaca majalah dan tidak membaca koran atau membaca tex book.

- (j)  $p \wedge q \wedge r \wedge s$ , dengan  $p$  = Aisyah anak pemalu,  $q$  = Aisyah anak yang rajin,  $r$  = Aisyah anak yang sholeh,  $S$  = Aisyah anak yang tangkas.

$$\text{Ingkarannya : } \overline{(p \wedge q) \wedge (r \wedge s)} \equiv \overline{(p \wedge q)} \vee \overline{(r \wedge s)} \equiv \bar{p} \vee \bar{q} \vee \bar{r} \vee \bar{s}$$

Aisyah termasuk anak yang tidak pemalu atau tidak rajin atau tidak sholeh atau tidak tangkas.

- 10 (a). Benar, sebab implikasi dengan anteseden salah dan konsekuen benar merupakan pernyataan yang benar.

Ingkarannya :

Jakarta berada di Inggris dan  $4 + 4 \neq 8$

- (b). Salah, sebab pernyataan “tidak benar bahwa  $2 + 7 = 10 \leftrightarrow 4 + 6 = 15$ ” bernilai salah.

Karena dapat dinyatakan sebagai  $\overline{2+7=10 \leftrightarrow 4+16=15}$

$$\overline{(2+7 \neq 10 \wedge 4+16=15) \vee (2+7=10 \wedge 4+16 \neq 15)}$$

Salah

Salah

Salah

Ingkarannya:

Benar bahwa  $2+7 \neq 10$  dan  $4+16 = 15$  atau  $2+7 = 10$  dan  $4+16 \neq 15$ .

- (c). Benar.

Ingkarannya :

Tidak benar bahwa persamaan  $x^2 - 1 = 0$  mempunyai penyelesaian jika semestanya himpunan bilangan bulat.

13. (a)

p	q	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$p \wedge q$	$\overline{p \wedge q}$	$\bar{q} \leftrightarrow \bar{p}$	$(\overline{p \wedge q}) \wedge (\bar{q} \leftrightarrow \bar{p})$
1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	1

13.(b)

p	q	$\bar{q}$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow \bar{q}$	$\overline{p \wedge \bar{q}}$	$(p \rightarrow q) \vee (\overline{p \wedge \bar{q}})$
1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1

13.(d)

p	q	r	$\bar{q}$	$\bar{r}$	$p \dot{\cup} \bar{q}$	$\overline{p \wedge \bar{q}}$	$\bar{q} \wedge \bar{r}$	$(\overline{p \wedge \bar{q}}) \dot{\cup} (\bar{q} \wedge \bar{r})$
1	1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0	1	1	1

14.(a). Kontradiksi, sebab :

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\overline{p \vee q}$	$(p \wedge q) \vee (\overline{p \vee q})$
1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0

(b). Tautologi, sebab :

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	0	0	0	1

(c). Tautologi,

(d). Tautologi.

15. (a)

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$p \rightarrow (q \wedge r)$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1

Jadi  $p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$  (lihat kolom 5 dan kolom 8)

15 (b)

$p$	$q$	$\bar{p}$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \bar{p}$	$\bar{p} \wedge (p \vee q)$	$\bar{p} \wedge p$	$\bar{p} \wedge q$	$(\bar{p} \wedge p) \vee (\bar{p} \wedge q)$
1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0

Jadi  $(p \vee q) \wedge \bar{p} \equiv \bar{p} \wedge (p \vee q) \equiv (\bar{p} \wedge p) \vee (\bar{p} \wedge q)$  (lihat kolom 5, 6, 9)